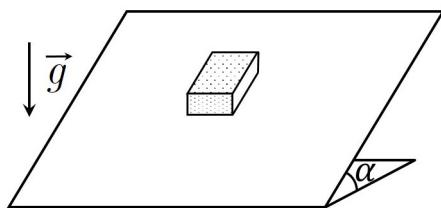


## Максимальное количество баллов за олимпиаду — 30

**Задание 1. Вариант 1.** На большом листе фанеры лежит спичечный коробок. Масса коробка  $m = 5$  г, коэффициент трения коробка о фанеру  $\mu = 0.3$ . Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Угол наклона листа фанеры к горизонту равен  $\alpha$ .



а) Угол наклона  $\alpha$  медленно увеличивают. При каком значении  $\alpha$  коробок начнёт скользить по листу? Ответ выразите в градусах, округлите до целых.

**Ответ:** засчитывается в диапазоне [16; 18]

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 2 балла

б) Угол наклона  $\alpha = 10^\circ$ . Чему равна сила трения, действующая на коробок? Ответ выразите в миллиньютонах, округлите до десятых.

**Ответ:** засчитывается в диапазоне [8.5; 8.9]

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 2 балла

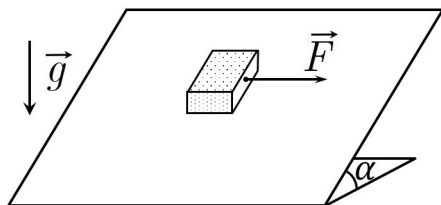
в) Угол наклона  $\alpha$  медленно увеличивают от нуля до  $60^\circ$ . Как меняется величина силы трения, действующей на коробок?

**Ответ:**

- ✓ Сначала увеличивается, затем уменьшается
- Монотонно увеличивается
- Монотонно уменьшается
- Не меняется
- Сначала уменьшается, затем увеличивается

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 3 балла

г) Угол наклона  $\alpha = 10^\circ$ . Определите минимальное значение силы  $F$ , которую необходимо приложить к коробку в горизонтальном направлении параллельно листу фанеры, как показано на рисунке, чтобы коробок пришёл в движение.



Ответ выразите в миллиньютонах, округлите до целых.

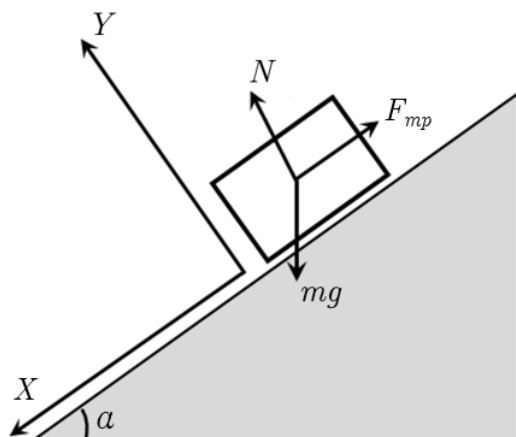
**Ответ:** засчитывается в диапазоне [11; 13]

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 3 балла

**Максимальный балл за задание — 10**

**Решение.**

а) На коробок действуют три силы: сила тяжести  $mg$ , сила реакции  $N$ , сила трения  $F_{\text{тр}}$ .



Скольжение начинается при условии, что составляющая силы тяжести вдоль наклонной плоскости  $mg \cdot \sin \alpha$  сравняется с предельным значением силы трения, равным силе трения скольжения  $\mu N$ . Сила реакции в нашем случае  $N = mg \cdot \cos \alpha$ , поэтому условие начала скольжения:

$$mg \cdot \sin \alpha = \mu mg \cdot \cos \alpha,$$

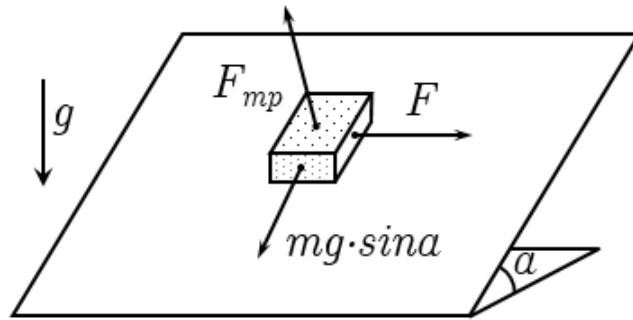
$$\alpha = \arctan \mu \approx 17^\circ. \quad (1)$$

б) При  $\alpha = 10^\circ < 17^\circ$  условие (1) не выполнено и коробок не скользит. При этом составляющая силы тяжести вдоль наклонной плоскости  $mg \cdot \sin \alpha$ , равна силе трения покоя, которая меньше силы трения скольжения. Поэтому

$$F_{\text{тр}} = mg \cdot \sin \alpha \approx 8.7 \text{ мН}.$$

в) При увеличении угла в интервале от  $0^\circ$  до  $17^\circ$  сила трения равна  $mg \cdot \sin \alpha$  (сила трения покоя), при дальнейшем увеличении угла коробок скользит и сила трения скольжения определяется выражением  $\mu mg \cdot \cos \alpha$ . Синус угла с ростом угла возрастает, а косинус убывает. Поэтому при увеличении угла в интервале от  $0^\circ$  от нуля до  $17^\circ$  сила трения увеличивается, далее — уменьшается.

г) На покоящийся на наклонной плоскости коробок в данном случае проекции на плоскость фанеры действуют три силы: сила тяжести, проекция которой равна  $mg \cdot \sin \alpha$ , сила  $F$ , о которой говорится в условии, и сила трения покоя, не превосходящая значение силы трения скольжения  $\mu mg \cdot \cos \alpha$ . Если ускорение коробка равно нулю, то векторная сумма составляющей силы также равна нулю.



По теореме Пифагора для треугольника из этих проекций:

$$(mg \cdot \sin \alpha) + F^2 = F_{\text{тр}}^2.$$

$F_{\text{тр}}$ , как уже было сказано, не превосходит силы трения скольжения, следовательно,

$$(mg \cdot \sin \alpha)^2 + F^2 \leq (\mu mg \cdot \cos \alpha)^2.$$

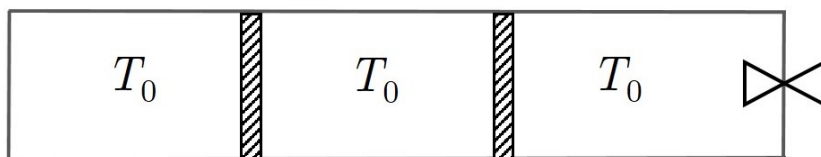
Если это условие не выполнено, то есть  $F^2 \geq (\mu mg \cdot \cos \alpha)^2 - (mg \cdot \sin \alpha)^2$ , то коробок скользит. Минимальное значение  $F$ , при котором начинается скольжение,

$$F_{\text{min}} = \sqrt{(\mu mg \cdot \cos \alpha)^2 - (mg \cdot \sin \alpha)^2} \approx 12 \text{ мН}.$$

**Матрица параметров и ответов к вариантам задания 1.**  
**Пункты а, б, г)**

№ варианта	$\mu$	$m$ , г	$\alpha_{\min}$ , °	$\alpha_{\max}$ , °	$\alpha$ , °	$F_{\text{тр}}^{\min}$ , мН	$F_{\text{тр}}^{\max}$ , мН	$F_{\min}^{\min}$ , мН	$F_{\min}^{\max}$ , мН
1	0.3	5	16	18	10	8.5	8.9	11	13
2	0.35	10	18	20	10	17.2	17.6	29	31
3	0.4	15	21	23	15	38.6	39	42	44
4	0.45	20	23	25	15	51.6	52	69	71
5	0.5	25	26	28	20	85.3	85.7	80	82
6	0.55	5	28	30	20	16.9	17.3	18	20
7	0.6	10	30	32	25	42.1	42.5	33	35
8	0.65	15	32	34	25	63.2	63.6	61	63
9	0.7	20	34	36	30	99.8	100.2	68	70
10	0.75	25	36	38	30	124.8	125.2	103	105

**Задание 2. Вариант 1.** В горизонтально расположенном цилиндрическом сосуде длины  $L = 90$  см без трения могут перемещаться два не проводящих тепло поршня, которые делят сосуд на три секции. Стенки сосуда тепло также не проводят. Правая секция сообщается с окружающей средой через вентиль. Первоначально во всех секциях находится азот при одинаковой температуре  $T_0 = 300$  К, размеры всех трёх секций одинаковые, вентиль закрыт.



а) Температуру в левой секции уменьшают так, что левый поршень смещается влево на 8 см от своего исходного положения. Температура в двух других секциях остаётся прежней. На какое расстояние сместится при этом правый поршень? Ответ выразите в сантиметрах, округлите до целых.

*Если поршень смещается влево, смещение считается отрицательным, если вправо — положительным.*

**Ответ:** –4

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 2 балла

б) Температуру в левой секции уменьшают до значения  $T_1 < T_0$ , в центральной — увеличивают до значения  $T_2 > T_0$ . В каком направлении при этом переместятся поршни относительно их первоначального положения?

*В этом задании используются не все варианты ответа из правого столбца. Неиспользованные варианты приведены в последней ячейке таблицы.*

**Ответ:**

Левый поршень	Влево
Правый поршень	Направление смещения зависит от конкретных значений $T_1$ и $T_2$
	Вправо Останется на месте

**Критерий оценивания:** за каждую верную пару — 1 балл

в) В правой секции устанавливают температуру 270 К, в двух других секциях температура остаётся равной  $T_0$ . Определите перемещение левого поршня относительно его первоначального положения. Ответ выразите в сантиметрах, округлите до десятых.

*Если поршень смещается влево, смещение считается отрицательным, если вправо — положительным.*

**Ответ:** засчитывается в диапазоне [0.9; 1.1]

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 3 балла

г) Приоткрыв на некоторое время вентиль, из правой секции выпускают 20 % находившегося там первоначально газа. Температуру во всех секциях поддерживают постоянной. Определите смещение левого поршня относительно его первоначального положения. Ответ выразите в сантиметрах, округлите до десятых.

**Ответ:** засчитывается в диапазоне [1.9; 2.3]

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 3 балла

**Максимальный балл за задание — 10**

**Решение.**

**а)** Давление во всех трёх секциях одинаковое. Тогда из уравнения состояния следует:

$$\frac{\nu_1 R T_1}{V_1} = \frac{\nu_2 R T_2}{V_2} = \frac{\nu_3 R T_3}{V_3}.$$

Здесь  $\nu$ ,  $T$ ,  $V$  — количество молей газа, температура и объём в соответствующей секции. Выражая объём через длину секции  $l$  и площадь, после сокращения получаем:

$$\frac{\nu_1 T_1}{l_1} = \frac{\nu_2 T_2}{l_2} = \frac{\nu_3 T_3}{l_3} \quad (2)$$

После смещения левого поршня на  $\Delta l_1 = 8$  см влево длина левой секции составит 22 см, общая длина двух оставшихся секций — 68 см. В соответствии с (2)  $l_2 = l_3 = 34$  см. Следовательно, правый поршень смещается влево на  $\Delta l'_1 = 4$  см.

**б)** Количество молей газа во всех секциях одинаковое, следовательно, выражение (2) преобразуется в

$$\frac{T_1}{l_1} = \frac{T_2}{l_2} = \frac{T_0}{l_3}.$$

Отсюда длина секции пропорциональна температуре, а отношение длин имеет вид

$$l_1 : l_2 : l_3 = T_1 : T_2 : T_0.$$

Учитывая, что  $l_1 + l_2 + l_3 = L$ , получаем:

$$l_1 = \frac{L T_1}{T_1 + T_2 + T_0},$$

$$l_2 = \frac{L T_2}{T_1 + T_2 + T_0},$$

$$l_3 = \frac{L T_0}{T_1 + T_2 + T_0}.$$

Поскольку  $T_1 < T_2$  и  $T_1 < T_0$ , то и  $l_1 < \frac{L}{3}$ , следовательно, левый поршень смещается влево. Про правый поршень с определённой точностью сказать ничего нельзя, ответ зависит от численного соотношения температур.

**в)** При ответе на предыдущий вопрос было показано, что  $l_1 : l_2 : l_3 = T_1 : T_2 : T_0$ . В нашем случае

$$l_1 : l_2 : l_3 = T_0 : T_0 : T_3.$$

С учётом  $l_1 + l_2 + l_3 = L$  получаем

$$l_1 = \frac{L T_0}{T_3 + 2 T_0} \approx 31.0 \text{ см.}$$

Следовательно, левый поршень перемещается вправо на  $\Delta l_2 = l_1 - \frac{L}{3} \approx 1.0$  см.

**г)** Для ответа вернёмся к выражению (1):

$$\frac{\nu_1 T_1}{l_1} = \frac{\nu_2 T_2}{l_2} = \frac{\nu_3 T_3}{l_3}.$$

Пусть исходное число молей в каждой секции равно  $\nu$ , доля выпущенного из правой секции газа равна  $\alpha = 0.2$ . Тогда с учётом равенства температур выражение (2) преобразуется в

$$\frac{\nu}{l_1} = \frac{\nu}{l_2} = \frac{\nu(1-\alpha)}{l_3}.$$

Отсюда  $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 1 : (1 - \alpha)$ . Учитывая  $l_1 + l_2 + l_3 = L$ , получаем

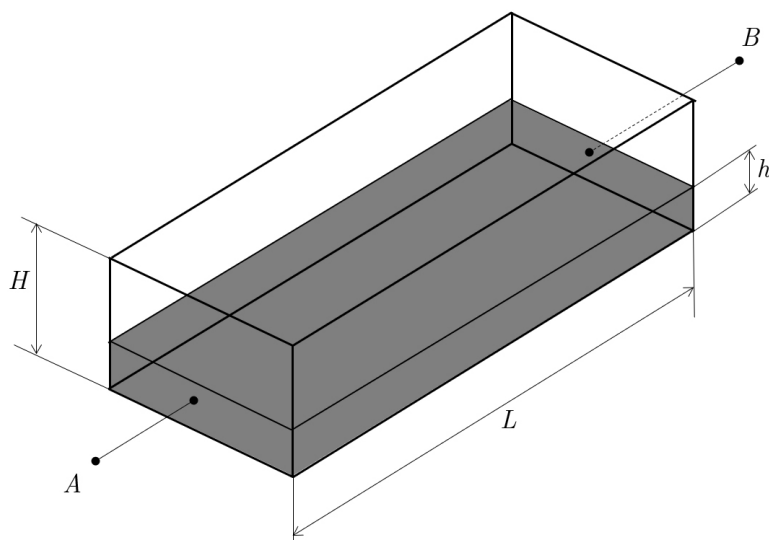
$$l_1 = \frac{L}{3 - \alpha} \approx 32.1 \text{ см.}$$

Значит, левый поршень смещается вправо на 2.1 см.

**Матрица параметров и ответов к вариантам задания 2.****Пункты а, в, г)**

№ варианта	$L$ , см	$\Delta l_1$ , см	$\Delta l'_1$ , см	$T_3$ , К	$\Delta l_2^{\min}$ , см	$\Delta l_2^{\max}$ , см	$\alpha$ , %	$\Delta l_3^{\min}$ , см	$\Delta l_3^{\max}$ , см
1	90	8	−4	270	0.9	1.1	20	1.9	2.3
2	60	4	−2	330	−0.7	−0.5	25	1.6	2
3	75	6	−3	280	0.5	0.7	15	1.1	1.5
4	120	10	−5	320	−1	−0.8	10	1.2	1.6
5	150	14	−7	340	−2.2	−2	18	3	3.4
6	105	8	−4	260	1.5	1.7	12	1.3	1.7
7	135	12	−6	250	2.5	2.7	27	4.3	4.7
8	84	10	−5	350	−1.6	−1.4	30	2.9	3.3
9	123	14	−7	285	0.6	0.8	12	1.5	1.9
10	126	12	−6	320	−1	−0.8	35	5.3	5.7

**Задание 3. Вариант 1.** Юному изобретателю Васе пришла в голову идея новой конструкции переменного резистора. В прямоугольный сосуд, показанный на рисунке, наливается проводящая жидкость.



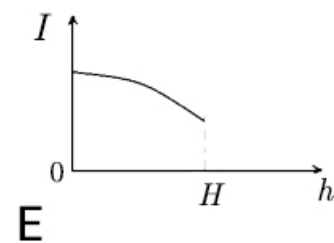
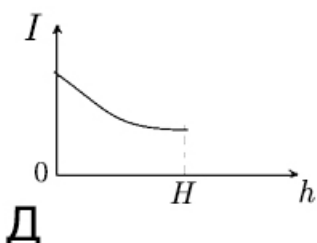
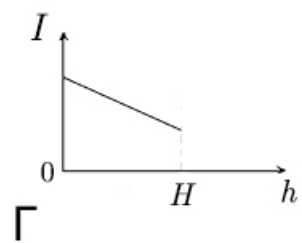
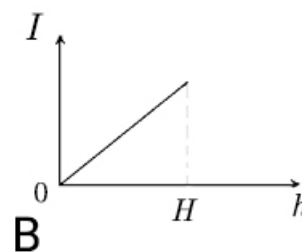
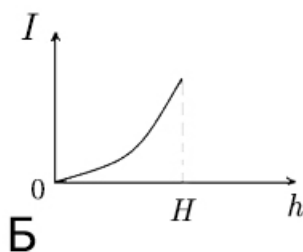
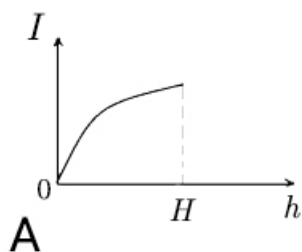
Две противоположные стенки сосуда сделаны из металла, и к ним припаяны проводники  $A$  и  $B$  для подключения в схему. Дно и две другие боковые стенки сосуда не проводят ток. Изменяя количество жидкости в сосуде, можно менять сопротивление такого резистора. Удельное сопротивление проводящей жидкости, которую использовал Вася,  $\rho = 0.01 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ , сопротивлением проводящих стенок можно пренебречь. Площадь проводящих стенок  $S = 1 \text{ см}^2$ , расстояние между этими стенками  $L = 10 \text{ см}$ .

а) Определите минимальное сопротивление Васиного резистора. Ответ выразите в омах, округлите до десятых.

**Ответ:** засчитывается в диапазоне  $[9.9; 10.1]$

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 2 балла

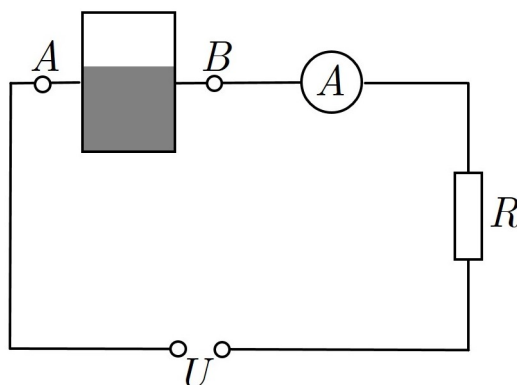
б) Вася подключил резистор к источнику постоянного тока с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением и исследовал зависимость силы тока через резистор от уровня жидкости в сосуде  $h$ . Какой из графиков соответствует полученной зависимости?



**Ответ:** В

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 2 балла

в) Вася заполнил устройство жидкостью на четверть объёма и подключил его последовательно с резистором  $R$  к источнику с напряжением  $U = 20$  В.



Идеальный амперметр зарегистрировал в цепи ток 0.4 А. Определите сопротивление резистора  $R$ . Ответ выразите в омах, округлите до десятых.

**Ответ:** засчитывается в диапазоне [9.9; 10.1]

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 2 балла

г) Продолжая экспериментировать, Вася заменил источник напряжения и постоянный резистор. При сосуде, заполненном на треть объёма, сила тока в цепи была равна 0.6 А; при сосуде, заполненном наполовину, сила тока равнялась 0.75 А. Определите ток в цепи при полном сосуде. Ответ выразите в амперах, округлите до десятых.

**Ответ:** засчитывается в диапазоне [0.9; 1.1]

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 4 балла

**Максимальный балл за задание — 10**

**Решение.**

а) Воспользуемся известной формулой для расчёта сопротивления проводника. В нашем случае сопротивление Васиного резистора:

$$R_B = \frac{\rho L}{S \frac{h}{H}} = \frac{\rho L H}{S h}. \quad (3)$$

Минимальное сопротивление будет при  $h = H$ , в этом случае  $R_B = \frac{\rho L}{S} = 10$  Ом.

б) Сила тока в цепи будет равна  $I = \frac{U}{R_B}$ . Подставляя вместо  $R_B$  выражение (3), получаем:

$$I = \frac{U S h}{\rho L H}.$$

Зависимость силы тока от  $h$  линейная, ей соответствует график В.

в) Сила тока в цепи с дополнительным резистором  $R$  будет равна:

$$I = \frac{U}{R + R_B}.$$

Отсюда  $R = \frac{U}{I} - R_B$ . При заполнении на четверть объёма сопротивление Васиного резистора в 4 раза больше минимального и равно 40 Ом. Подставляя численные значения, получаем  $R = \frac{20}{0.4} - 40 = 10$  Ом.

г) При заполнении сосуда на треть объёма сопротивление Васиного резистора в 3 раза больше минимального и равно  $R_{B1} = 3R_{B_{\min}} = 30$  Ом, при заполнении наполовину —  $R_{B2} = 2R_{B_{\min}} = 20$  Ом. Имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} I_1 = \frac{U}{R + 3R_{B_{\min}}}, \\ I_2 = \frac{U}{R + 2R_{B_{\min}}}. \end{cases}$$

После подстановки численных значений для  $I_1$ ,  $I_2$  и  $R_{B_{\min}}$ , получим  $U = 30$  В,  $R = 20$  Ом. При полностью заполненном сосуде получаем для силы тока:

$$I_3 = \frac{U}{R + R_{B_{\min}}} = 1 \text{ А}.$$

## Матрица параметров и ответов к вариантам задания 3.

## Пункты а, в, г)

№ варианта	$\rho$ , Ом·м	$S$ , см <sup>2</sup>	$L$ , см	$R_B^{\min}$ , Ом	$R_B^{\max}$ , Ом	$U$ , В	$I$ , А	$R_{\min}$ , Ом	$R_{\max}$ , Ом	$I_1$ , А	$I_2$ , А	$I_3^{\min}$ , А	$I_3^{\max}$ , А
1	0.01	1	10	9.9	10.1	20	0.4	9.9	10.1	0.6	0.75	0.9	1.1
2	0.012	2	15	8.9	9.1	15	0.2	38.9	39.1	0.8	1	1.2	1.4
3	0.014	12	18	2	2.2	18	0.5	27.5	27.7	1	1.5	2.9	3.1
4	0.015	9	12	1.9	2.1	12	0.6	11.9	12.1	1.5	2	2.9	3.1
5	0.016	8	20	3.9	4.1	12	0.6	3.9	4.1	0.9	1.2	1.7	1.9
6	0.02	10	25	4.9	5.1	10	0.4	4.9	5.1	1.2	1.5	1.9	2.1
7	0.018	6	6	1.7	1.9	8	0.4	12.7	12.9	1.8	2	2.2	2.4
8	0.022	4	8	4.3	4.5	15	0.5	12.3	12.5	1.4	1.7	2.1	2.3
9	0.025	5	15	7.4	7.6	20	0.5	9.9	10.1	1.6	2	2.6	2.8
10	0.03	3	10	9.9	10.1	18	0.3	19.9	20.1	0.7	0.9	1.2	1.4